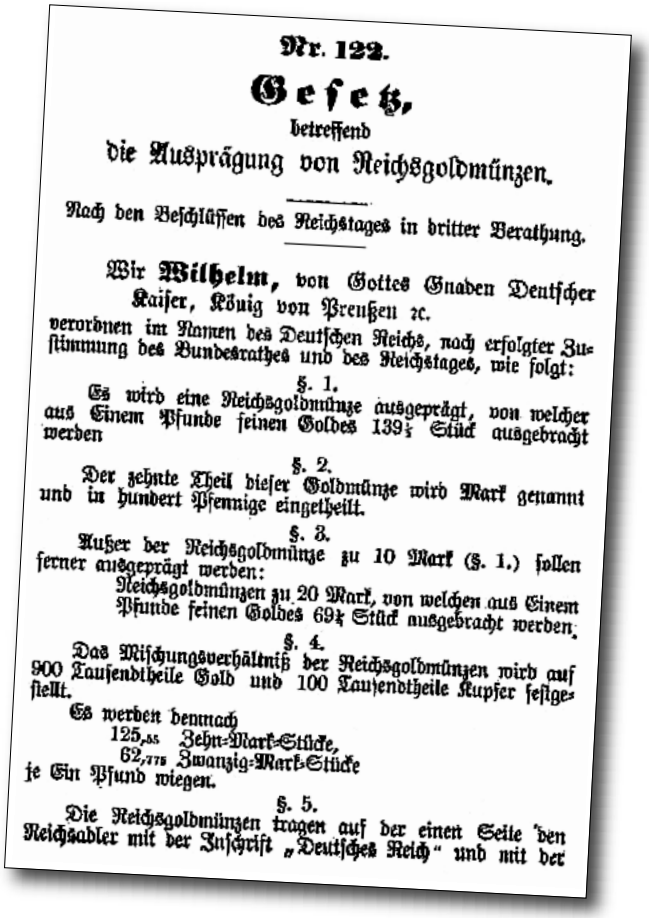
Über das Gewicht von Reichsgoldmünzen

Jürgen W. Faul



Nr. 122.

Gesetz,
betreffend
die Ausprägung von Reichsgoldmünzen.

Nach den Beschlüssen des Reichstages in dritter Berathung.

Wir Wilhelm, von Gottes Gnaden Deutscher Kaiser, König von Preußen ꝛc.
verordnen im Namen des Deutschen Reichs, nach erfolgter Zustimmung des Bundesrathes und des Reichstages, wie folgt:

§. 1.
Es wird eine Reichsgoldmünze ausgeprägt, von welcher aus Einem Pfunde feinen Goldes 139½ Stück ausgebracht werden

§. 2.
Der zehnte Theil dieser Goldmünze wird Mark genannt und in hundert Pfennige eingetheilt.

§. 3.
Außer der Reichsgoldmünze zu 10 Mark (§. 1.) sollen ferner ausgeprägt werden:
Reichsgoldmünzen zu 20 Mark, von welchen aus Einem Pfunde feinen Goldes 69¾ Stück ausgebracht werden.

§. 4.
Das Mischungsverhältniß der Reichsgoldmünzen wird auf 900 Tausendtheile Gold und 100 Tausendtheile Kupfer festgestellt.
Es werden demnach
125,55 Zehn-Mark-Stücke,
62,775 Zwanzig-Mark-Stücke
je Ein Pfund wiegen.

§. 5.
Die Reichsgoldmünzen tragen auf der einen Seite den Reichsadler mit der Inschrift „Deutsches Reich“ und mit der

Abb. 1: Faksimile des Reichsmünzgesetzes vom 4. Dezember 1871

Ein wichtiges Indiz zur Bestimmung der Echtheit einer Münze ist ihr Gewicht. Dazu wird die Münze gewogen und mit ihrem Soll-Gewicht verglichen. Doch wie stark darf das tatsächliche Gewicht von dieser Norm eigentlich abweichen? Fertigungstoleranzen und der Gebrauch der Münze als Zahlungsmittel bedingen Unterschiede zu den gesetzlich dafür festgelegten Werten. In der nachstehenden Arbeit soll diese Frage an Hand der Goldmünzen des Kaiserreiches eingehend untersucht werden. Obwohl es im Kaiserreich klare gesetzliche Regelungen gab, ab wann eine Münze einzuziehen ist, kommt die Arbeit zu einem überraschenden Schluss.

Gesetzliche Grundlage

Eine der ersten Aufgaben gleich nach der Reichsgründung am 18. Januar 1871 war die Neuordnung der bestehenden Währungsverhältnisse durch die Einführung einer neuen Reichswährung. Die Grundlage dafür stellten verschiedene Reichsgesetze dar (vgl. Anmerkungen 1 bis 5). Neben dem Gesetz, betreffend die Ausprägung von Reichsgoldmünzen vom 4. Dezember 1871[1] setzten das Münzgesetz vom 9. Juli 1873[2] sowie dessen Novelle vom 1. Juni 1909[5] die Rahmenbedingungen. Abb. 1 zeigt den Anfangstext des Münzgesetzes von 1871 als Faksimile aus den Reichstagsprotokollen. Die Basis der Währung bildete demnach das Pfund Feingold, aus dem 139½ Stück zu 10 Mark in der Legierung 900/1000 und 100/1000 Kupfer auszuprägen waren. Desgleichen wurden 69¾ Stück zu 20 Mark aus dem Pfund Feingold ausgebracht. Unter Berücksichtigung der Legierung ergaben so 125,55 10-Mark-Stücke bzw. 62,775 20-Mark-Stücke ein Pfund rau. Das Gesetz von 1873[2] führte in analogem Feingehalt und Gewicht ein 5-Mark- Stück ein. Es wurde lediglich in den Jahren 1877 und 1878 geprägt und bereits mit dem Gesetz des Jahres 1900 wegen seiner Größe wieder außer Kurs gesetzt.[3]

Schon die ersten beiden Münzgesetze von 1871 bzw. 1873 definierten für die Münzstätten Fertigungstoleranzen. Darüber hinaus legten sie zulässige Abweichungen vom Soll-Gewicht während des Umlaufs fest. Bei Unterschreitung der Grenzwerte waren die betreffenden Münzen auf Kosten des Reiches einzuziehen. Im Einzelnen galten nachstehende Limits:

Bei Prägung durften die Münzen nicht mehr als 2½ Tausendstel vom Norm- oder Passiergewicht abweichen.[6] Das Feingewicht sollte dabei innerhalb einer Grenze von 2 Tausendstel liegen. Münzen innerhalb einer Toleranz von 5 Tausendstel um das Passiergewichtes[7] galten bei allen Zahlungen als vollwichtig. Untergewichtige Stücke mussten von sämtlichen Kassen des Reiches und der Bundesstaaten zum Ausgabe-Preis angenommen werden, sofern diese nicht durch gewaltsame oder gesetzeswidrige Beschädigung im Gewicht verringert worden sind.

Für das 5-Mark-Stück definierte dessen Einführungsgesetz wegen seiner Größe und seinem geringen Gewicht geringfügig andere Spezifikationen. Abweichend von den 10- und 20-Mark-Stücken wurden dort mit 4 Tausendstel bei Prägung bzw. 8 Tausendstel im Umlauf abweichende Werte angegeben.[8]

Wegen ihrer genauen Legierung und ihrer praktischen Größe erfreuten sich die Reichsgoldmünzen auch großer Beliebtheit in der Schmuckindustrie.[9] Große Mengen wurden daher bereits im Kaiserreich eingeschmolzen. Später ging das Reich dazu über, spezielle Ronden in 20-Mark-Größe für die Industrie herzustellen. Diese waren einseitig nur mit dem Reichsadler gestempelt.

Technische Daten der Reichsgoldmünzen

Tabelle 1 fasst die technischen Daten der Reichsgoldmünzen zusammen.[10] Neben Legierung, Gewicht und Durchmesser der Münzen ist dort auch eine berechnete Dicke angegeben. Dieser Wert steht für die Höhe eines gewichtsgleichen Metallzylinders und entspricht in etwa der Dicke des ungeprägten Schrötlings. Zu dessen Berechnung wurde zunächst die Dichte gemäß Mischungsverhältnis aus den Dichten von Gold und Kupfer interpoliert. Als intrinsische Dichten wurden für Gold ($19{,}3 \cdot 10^3$ kg/m³) und Kupfer ($8{,}96 \cdot 10^3$ kg/m³) angesetzt[11] und so die Dichte der Legierung ($17{,}3 \cdot 10^3$ kg/m³) erhalten. Die Dicke errechnet sich dann aus dem Gewicht der Münze divi-

Wert	Legierung	Gewicht / g	Durchmesser / mm	Dicke / mm
20 Mark	Au 900 : Cu 100	7,965	22,50	1,16
10 Mark	Au 900 : Cu 100	3,982	19,50	0,77
5 Mark	Au 900 : Cu 100	1,991	17,00	0,51

Tab. 1: Technische Daten der Goldmünzen des Kaiserreichs

diert durch die Dichte der Legierung und der Grundfläche des Zylinders. Wie weiter unten noch diskutiert wird, liegen nach der Prägung die tatsächlich am Randstab gemessenen Dicken jedoch um ca. 0,2 – 0,3mm darüber.

Laut Münzgesetz wurden Durchmesser, Beschaffenheit und Randschrift der Münzen vom Bundesrat gesondert geregelt.[12] Demnach trägt nur das 20-Mark-Stück die auch bei den Silbermünzen zu 3- und 5-Mark übliche Randschrift GOTT MIT UNS. Die Rändelung des 10-Mark-Stückes zeigt Arabesken, während das 5-Mark-Stück wegen seiner geringen Dicke einen glatten Rand hat. Sämtliche Nennwerte weisen einen Randstab zum Schutze des Münzbildes auf.

Die Gestaltung der Münzbilder dagegen wurden im Gesetz genau festgeschrieben. So zeigt die Vorderseite das Bildnis des Landesherren oder das Wappen der freien Städte mit entsprechender Umschrift und dem Münzzeichen. Die Rückseite trägt neben der Wertangabe, der Jahreszahl und der Umschrift Deutsches Reich den Reichsadler in der jeweiligen Form.

Methode und Stichprobe

Im Folgenden soll das tatsächliche Gewicht von Reichsgoldmünzen näher untersucht werden. Die Stichprobe dazu umfasste 62 Münzen verschiedener Nennwerte und Erhaltungsgrade. Darunter befanden sich 6mal 5-Mark, 26mal 10-Mark, 30mal 20-Mark-Stücke. Die Münzen wurden von verschiedenen Bundesstaaten verausgabt und verteilen sich auf alle 9 Münzstätten. Ungefähr die Hälfte der Exemplare entstammt der Münze zu Berlin (ca. 45 %), was in etwa auch dem damals gültigen Prägeschlüssel entspricht.[13] In der Erhaltung bestand die Stichprobe aus 8 Stücken in Stempelglanz (st), aus 24 Stücken in vorzüglich (vz) und aus 30 Stücken in sehr schön (ss). Münzen mit gravierenden Randfehlern, Henkelspuren oder Einschlägen im Münzfeld wurden nicht berücksichtigt.

Der Gebrauch einer Münze als Zahlungsmittel führt zu Abnutzung des Münzbildes und zur Beschädigung des Randes. Damit ist ein Materialverlust verbunden, der sich proportional zur Oberfläche der Münze verhält. Auf Grund Ihrer verschiedenen Größen und Dicken unterscheiden sich die Oberflächen der betrachteten Münztypen zum Teil deutlich.

Zum Vergleich der verschiedenen Nennwerte bietet sich die spezifische Oberfläche (= Oberfläche/Masse) an. Folgende Werte ergeben sich für die betrachteten Münzsorten: Während das 20-Mark-Stück mit ca. 60 mm²/g relativ ähnlich zum 10-Mark-Stück mit ca. 86 mm²/g liegt, weist das 5-Mark-Stück wegen seiner verhältnismäßig niedrigen Dicke mit ca. 128 mm²/g die größte Oberfläche auf. Die Stichprobe bestand im Wesentlichen aus 10- und 20-Mark-Stücken. Diese sind sich in ihren spezifischen Oberflächen relativ ähnlich. Deshalb erfolgte die Bewertung des Gewichtsverlusts der Münzen ausschließlich an Hand der relativen Abweichung zum Soll-Gewicht. Nach Nennwerten wurde also nicht unterschieden. Ähnlich wurde offenbar auch bei der Festlegung der erlaubten Toleranzen in den Reichsmünzgesetzen verfahren. Wie bereits oben erwähnt, wurde für die 10- und 20-Mark-Stücke eine gemeinsame zulässige Abweichung von 5 Tausendstel im Umlauf gesetzlich festgelegt. Für 5-Mark-Stücke, deren spezifische Oberfläche und damit die Abnutzung am größten ist, war dagegen eine Abweichung von 8 Tausendstel erlaubt.

Zum Vergleich wurde für jedes Stück die relative Abweichung $(m-m_0)/m_0$ vom Normgewicht in Prozent bestimmt. Dabei stellt m_0 das Soll-Gewicht und m das tatsächliche Gewicht der jeweiligen Münze dar. Die Normierung auf das Soll-Gewicht macht den Vergleich von Stücken unterschiedlicher Nennwerte einfach. Sämtliche Münzen wurden auf einer Analysenwaage gewogen. Die Genauigkeit des benutzten Typs ist mit 0,1 mg angegeben.

Einige Münzen wurden zusätzlich in Dicke und Durchmesser mit einer Präzisionsschieblehre vermessen. Die Auflösung ist dort mit ca. 20 µm angegeben. Obwohl die Genauigkeit dieser Methode einer Volumenbestimmung durch die Auftriebsmethode[14] unterlegen ist, liefert sie doch im Folgenden sehr interessante Ergebnisse.

Ergebnisse

Jede Münze wurde zunächst gewogen und ihre relative Gewichtsabweichung vom Norm-Gewicht aus Tab. 1 bestimmt. Danach erfolgte die Einteilung in einen der drei Erhaltungsgrade ss, vz oder st. Für jede der drei Erhaltungsklassen schloss sich eine getrennte statistische Auswertung an. Dabei wurden, getrennt nach Erhaltungsgraden, Mittelwert und Standardabweichung der relativen Gewichtsabweichung bestimmt. Als Grundlage diente die Annahme einer Gauss'schen Normalverteilung innerhalb der jeweiligen Erhaltungsklasse, deren Voraussetzungen aber wohl nur für die Erhaltungsklasse st erfüllt sind.

Einen Überblick über die Güte der statistischen Auswertung vermittelt Abb. 2.

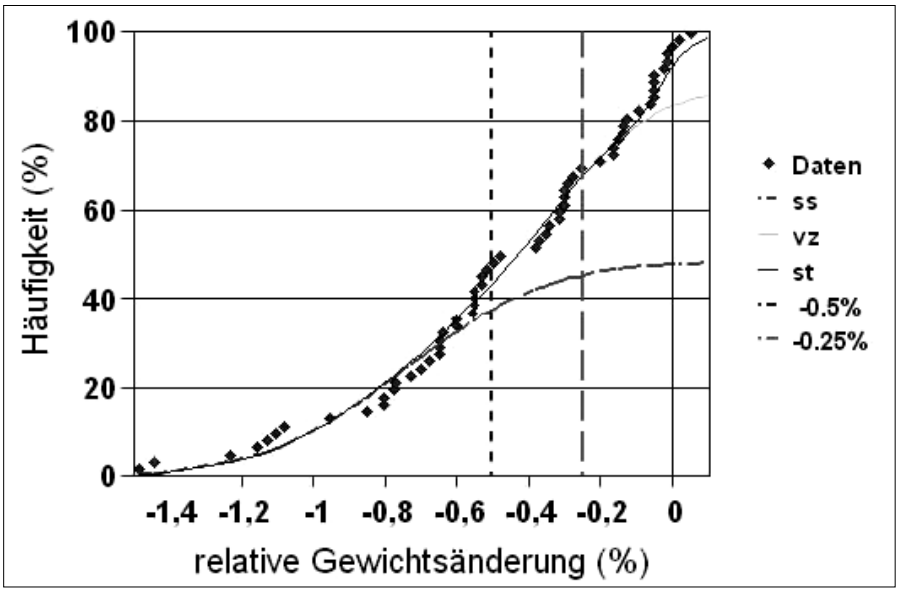


Abb. 2: Kumulierte Häufigkeitsverteilung der Gewichtsunterschiede der untersuchten Stichprobe

Dort ist für die gesamte Stichprobe die kumulierte Häufigkeitsverteilung der gemessenen relativen Gewichtsänderung aufgetragen (Datenpunkte). Diese Häufigkeitsverteilung der gesamten Stichprobe hängt neben der Verteilung innerhalb einer Erhaltungsklasse natürlich auch von deren zahlenmäßigen Besetzung ab. Je stärker zum Beispiel der Erhaltungsgrad ss populiert ist, um so stärker wird die gesamte Verteilung durch große relative Gewichtsänderungen bestimmt. Das leichteste Stück der untersuchten Stichprobe war mit -1,48 % ein 10-Mark-Stück von 1872 H aus Hessen (ss, 3,923g), während die schwerste Münze mit +0,05 % Abweichung ein 20-Mark-Stück von 1876 A aus Preußen war (vz, 7,969g).

Abb. 2 zeigt ebenfalls einen Vergleich der gemessenen Daten mit den berechneten individuellen Verteilungen der einzelnen Erhaltungsklassen. Die aus Mittelwert und Standardabweichung bestimmten Verteilungsfunktionen sind dort auf ihre Besetzungszahlen normiert und kumuliert aufeinander aufaddiert dargestellt (Linien ss, vz und st in Abb. 2). Dazu wurde – wie oben angegeben - jeder Erhaltungsgrad mit Mittelwert und Standardabweichung parametrisiert und als normalverteilt betrachtet. Als Ergebnis lässt sich eine hohe Übereinstimmung zwischen gemessener und der aus den Parametern der einzelnen Erhaltungsklassen berechneten gesamten Verteilungsfunktion beobachten.

Die beiden vertikalen Linien bei relativen Gewichtsänderungen von -0,25 % bzw. -0,5 % zeigen in der Abbildung die gesetzlich festgelegten Kriterien für die erlaubten Toleranzen bei Prägung bzw. für Vollwichtigkeit im Umlauf an. Verblüffend ist, dass ca. 50 % der Münzen in der untersuchten Stichprobe bereits unter der gesetzlichen Grenze für Vollwichtigkeit im Umlauf liegen. Dem Gesetz nach sind diese untergewichtig und hätten damit bereits im Kaiserreich eingezogen und eingeschmolzen werden müssen.

Dies verdeutlicht Abb. 3. Dort sind die Verteilungsfunktionen der einzelnen Erhaltungsklassen dargestellt. Zur besseren Übersicht wurden diese zuvor auf das jeweilige Maximum normiert. Zusätzlich sind auch in dieser Abbildung wieder die beiden gesetzlichen Grenzwerte für Vollwichtigkeit nach Prägung bzw. im Umlauf eingezeichnet. Beim Betrachten dieser Verteilungsfunktionen fallen mehrere Dinge auf:

Zunächst liegt die gesamte Verteilungsfunktion des Erhaltungsgrades st deutlich über der bei der Prägung zulässigen Toleranz. Offensichtlich wurde während dieses Prozesses das Gewicht genau kontrolliert. Dagegen schneidet der Grenzwert für Vollwichtigkeit direkt in die Verteilungen der beiden anderen Erhaltungsklassen vz bzw. ss. Während bei vz ca. 15 % der Stücke untergewichtig sind, unterschreiten bei ss circa 80 % der Verteilung das zulässige Limit. Im Mittel ergaben sich für die drei Erhaltungsklassen folgende Abweichungen vom Normgewicht in %: -0,03 % (st), -0,29 % (vz) und -0,75 % (ss). In der Erhaltungsklasse ss liegt somit bereits der Mittelwert deutlich unter dem gesetzlich zulässigen Wert. Man hat im Kaiserreich offenbar auf eine genaue Gewichtskontrolle der Münzen im Umlauf verzichtet und sich nur auf den Einzug unansehnlicher Stücke beschränkt.

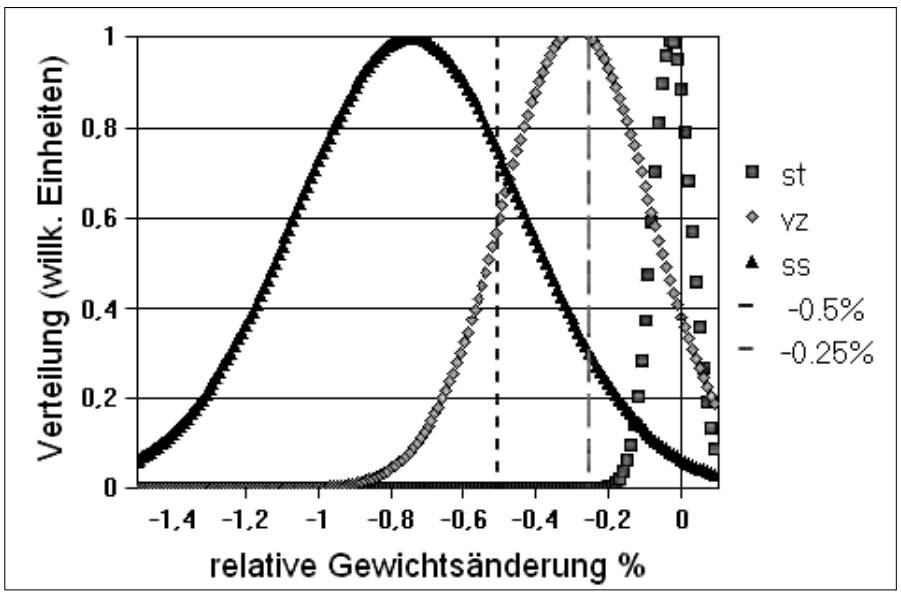


Abb. 3: Verteilungsfunktionen der einzelnen Erhaltungsklassen, normiert auf das jeweilige Maximum

Nennwert	**5 M.**	**10 M.**	**20 M.**
Soll-Gewicht	1,991	3,982	7,965
Vollwichtig	1,975	3,962	7,925
st	1,990	3,981	7,963
+/- 3 Sigma	0,003	0,006	0,013
vz	1,985	3,971	7,942
+/- 3 Sigma	0,012	0,025	0,049
ss	1,976	3,952	7,906
+/- 3 Sigma	0,019	0,038	0,076

Tab. 2: Umrechnung der Abweichungen auf 5-, 10- und 20-Mark-Gewichte

Tab. 2 gibt die Umrechnung der relativen in absolute Abweichungen für die verschiedenen Nennwerte und Erhaltungsgrade an. In den ersten beiden Zeilen ist neben dem Sollgewicht auch die für den jeweiligen Nennwert gesetzlich festgelegte Grenze für Vollwichtigkeit im Umlauf angegeben. Darunter ist für jeden Erhaltungsgrad und Nennwert das zu erwartende Gewicht angegeben. Als zulässige Toleranz um den Mittelwert dient zusätzlich die Angabe der 3-Sigma-Werte. Dabei steht Sigma für die Standardabweichung der Gauss'schen Normalverteilung. Bei einer vorgegeben normalverteilten Größe befinden 99,7 % der Werte innerhalb der 3-Sigma-Grenzen um den Mittelwert der Verteilung. Statistisch betrachtet liegen somit lediglich 0,15 % der Münzen unterhalb des unteren bzw. oberhalb des oberen Grenzwertes. Eine Münze außerhalb dieser Limits ist damit wahrscheinlich für den betreffenden Nennwert und Erhaltungsgrad falsch. Die in Tab. 2 angegebenen Abweichungen können als Indiz herangezogen werden, um die Echtheit einer Münze des Kaiserreiches an Hand Ihres Gewichtes zu bewerten. Liegt ein betrachteter Nennwert für einen gegebenen Erhaltungsgrad außerhalb dieser Limits, ist das betreffende Stück mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,7 % nicht echt.

Neben dem Gewicht wurde für einige Münzen auch deren Durchmesser und Dicke mit einer Präzisionsschieblehre bestimmt. Die Mittelwerte der gemessenen Durchmesser entsprachen im Wesentlichen den Werten aus Tab. 1. Die Dicken der Münzen wurden an zwei Stellen am Randstab bestimmt. Für die verschiedenen Nennwerte ergibt sich folgendes Bild: Das 20-Mark-Stück wies im Mittel eine Dicke von 1,46 mm auf, das 10-Mark-Stück wurde zu 0,98 mm und das 5-Mark-Stück zu 0,63 mm bestimmt. Für sämtliche Nennwerte liegen damit die gemessenen Dicken um ca. 0,2-0,3 mm über den oben berechneten

Werten der gewichtsgleichen Metallzylinder (vgl. Tab. 1). Der Randstab, der das Münzbild vor Beschädigung und Abrieb schützen soll, liegt somit ungefähr 200 µm auf jeder Seite über dem Münzgrund.

Mit der oben angegebenen Dichte der Gold-Kupfer-Legierung lässt sich eine gemessene Gewichtsänderung durch Umlauf in eine Dickenänderung durch Abnutzung übertragen. Für ein 10-Mark-Stück in Gold entspricht eine Gewichtsabnahme von 50 mg ca. 9 µm in der Dicke. Oder anders ausgedrückt, eine Abnutzung von nur 0,01 mm Dicke entspricht einem relativen Unterschied im Gewicht von ungefähr 1,3% (= 55 mg). Da die Auflösung handelsüblicher Schieblehren nicht besser als 20 µm ist, ist die Bestimmung der Abnutzung mit dieser Methode nur schwer möglich. Selbst eine stark abgenutzte Münze wird sich nur wenig in Durchmesser und Dicke von den erwarteten Werten unterscheiden.

Goldmünzen des Kaiserreiches weisen häufig unterschiedliche Erhaltungsgrade von Vorder- und Rückseite auf. Meist ist dabei der Revers mit dem Reichsadler besser erhalten und erscheint weniger abgenutzt. Die Ursache hierfür ist in der Reliefhöhe der Münze zu finden. Für die Flächenstaaten zeigt die Vorderseite stets das Bildnis des Landesfürsten. Dieses ist in seinen Details feiner und damit mit geringerer Profilhöhe ausgeprägt als die Rückseite mit dem Reichsadler. Eine Abnutzung um eine bestimmte Dicke führt deshalb eher auf der Vorderseite zum Verwischen von Konturen als auf dem Revers.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Studie wurde eine Stichprobe von Reichsgoldmünzen nach ihrem Gewicht und ihrer Dicke untersucht. Zusammenfassend ist festzustellen, dass viele der heute im Handel vorkommenden Münzen schon während ihres Umlaufes im Kaiserreich wegen Untergewicht hätten eingezogen werden müssen. Die Grenzwerte im Herstellungsprozess dagegen wurden offensichtlich durch Prozess-Kontrolle streng eingehalten. Circa 3/4 der in der untersuchten Stichprobe befindlichen Münzen der Erhaltung ss und damit auch der zugehörige Mittelwert liegen unterhalb des zulässigen Limits. Obwohl nicht befolgt, hat sich die 1871 eingeführte Definition der erlaubten Abweichungen vom Sollgewicht in den Reichsmünzgesetzen bis über die letzte Novelle von 1909 hinaus erhalten. Offensichtlich hat man es bei dem Einzug unansehnlicher Stücke belassen und auf eine genaue Gewichtskontrolle verzichtet.



Abb. 4: 10 Mark Baden 1873 G, Münzstätte Karlsruhe, Erhaltung ss/v, Durchmesser 19,58 mm, Gewicht 3,937g

Als Beispiel sei hierzu ein 10-Mark-Stück aus Baden von 1873 betrachtet (Abb. 4). Für diese in Karlsruhe geprägte Münze wurde ein Gewicht von 3,937 g bestimmt. Mit der daraus resultierenden relativen Abweichung von 1,130% zum Passiergewicht liegt dieses Stück klar unter dem gesetzlichen Grenzwert von 0,5%. Das Stück hätte damit bereits im Kaiserreich eingezogen werden müssen, obwohl es besser als sehr schön erhalten ist und keine nennenswerte Beschädigungen oder Randfehler aufweist.

Deshalb ist als Indiz für die Echtheit einer Münze ein Vergleich mit dem Sollgewicht nicht zielführend. Stattdessen beschreiben die in dieser Arbeit aufgestellten Limits viel besser, was eine Reichsgoldmünze in einer vorliegenden Erhaltung wiegen darf. Problematisch bleibt dabei aber weiterhin die Zuordnung zu einem Erhaltungsgrad, da hier durchaus subjektives Empfinden mitspielt. Die Einteilung sollte nach dem Erhalt der Vorderseite erfolgen, da diese die Abnutzung des Stückes am Besten anzeigt. Trotz dieser Problematik können die in dieser Arbeit bestimmten Grenzwerte sehr gut zur Beurteilung der Echtheit einer Münze mit herangezogen werden.

Anmerkungen

1 Gesetz, betreffend die Ausprägung von Reichsgoldmünzen vom 4.12.1871, Reichsgesetzblatt (RGBL) 1871, S. 404 ff. (Faksimile von Abb. 1 aus den Reichstagsprotokollen 1871, Nr. 122 vom 23.11.1871, S. 295 f., nach http://www.alte-gesetze.de).

2 Münz-Gesetz vom 09.07.1873, RGBL S. 233 ff.

3 Gesetz, betreffend Änderungen im Münzwesen vom 01.06.1900, RGBL 1900, S. 250 f.

4 Gesetz, betreffend Änderungen im Münzwesen vom 19.05.1908, RGBL 1908, S. 212 f.

5 Münzgesetz vom 01.06.1909, RGBL S. 507 ff.

6 vgl. Gesetz von 1871, §7, und in der Novelle von 1909 § 4.

7 vgl. Gesetz von 1871, §9, und in der Novelle von 1909 § 11.

8 vgl. Spezifikation des 5-Mark-Stücks im Gesetz von 1873, § 2.

9 vgl. Kurt Jaeger: Die Deutschen Münzen seit 1871, 14. Auflage, Münzen und Medaillen AG Basel, 1987, S. 219.

10 vgl. Übersicht über die technischen Daten der Reichsgoldmünzen in Jaeger, S. 216a.

11 Angaben der Dichten bei 20° C nach D. Mende und G. Simon: Physik - Gleichungen und Tabellen, 7. Auflage VEB Fachbuchverlag Leipzig 1981, S. 46 ff.

12 vgl. Gesetz von 1871, §5, und in der Novelle von 1909 § 5.

13 vgl. Kurt Jaeger, S. 53. Ab 1875 galt im Reich ein fester Prägeschlüssel, nach dem ca. 54% der Münzen zu Berlin geprägt wurden.

14 vgl. zur Auftriebsmethode: B. Prause in: Metallanalytische Untersuchungen an Münzen der Römischen Republik (= Berliner Numismatische Forschungen, Bd. 6), 2000, S. 36 ff.; oder: F. G. Sietz: Von der Nützlichkeit, die Dichte historischer Taler zu kennen. In: Numismatisches Nachrichtenblatt (NNB) 44, 1995, S. 210 ff.